TEST 测评卷

班级:______ 姓名:______ 得分:______

单元素养测评卷（一）A

第一章

时间:120分钟　分值:150分

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. [2023·山西孝义高二期末] 数列 $0,\frac{5}{2},-\frac{8}{3},\cdots$ 的通项公式可以为 (　)

A. $a_n=\frac{n}{2}-\frac{1}{2}$　　B. $a_n=n+\frac{(-1)^n}{n}$

C. $a_n=(-1)^n n+\frac{1}{n}$　　D. $a_n=\frac{5n}{2}-\frac{5}{2}$

2. [2024·河北保定定州高二期末] 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=3$,且 $a_{n+1}=\frac{2}{2-a_n}$,则 $a_9=$ (　)

A. 3　B. -2　C. $\frac{4}{3}$　D. -3

3. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,且 $a_7=4a_{10}$,则 $\frac{S_{12}}{S_6}=$ (　)

A. $\frac{9}{10}$　B. $\frac{16}{17}$　C. $\frac{17}{16}$　D. $\frac{8}{17}$

4. 已知 1 与 5 的等差中项是 m,$1,b_1,b_2,8$ 成等比数列,公比为 q,则 $m+q$ 的值为 (　)

A. 5　B. 4　C. 3　D. 6

5. [2023·襄阳四中高二期末] 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2+a_4+a_6+a_8=20$,$a_2\cdot a_8=8$,则 $\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_4}+\frac{1}{a_6}+\frac{1}{a_8}$ 的值为 (　)

A. 20　B. 10　C. 5　D. $\frac{5}{2}$

6. [2023·长春吉大附中实验学校高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足对任意的 $m,n\in\mathbf{N}^*$,都有 $a_m a_n=a_{m+n}$,且 $a_2=3$,则 $a_{20}=$ (　)

A. 3^{20}　B. $\pm3^{20}$　C. 3^{10}　D. $\pm3^{10}$

7. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中,$a_1+a_n=82$,$a_3\cdot a_{n-2}=81$,若其前 n 项和 $S_n=121$,则 n 的值为 (　)

A. 5　B. 6　C. 8　D. 11

8. [2023·武汉外国语学校高二期末] 若数列 $\{a_n\}$ 是等差数列,首项 $a_1>0$,公差 $d<0$,$a_{2023}(a_{2022}+a_{2023})<0$,则使数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n>0$ 成立的最大自然数 n 是 (　)

A. 4043　B. 4044

C. 4045　D. 4046

二、选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=n^2-4n$,则 (　)

A. $\{a_n\}$ 是等差数列

B. $\{2^{a_n}\}$ 是等比数列

C. $a_n a_{n+1}=4S_n+15$

D. $\{|a_n|\}$ 的前 20 项和为 320

10. 各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,已知 $S_3=a_2+10a_1$,$a_4=3$,则下列说法中正确的是 (　)

A. $a_1=9$

B. $\{a_n\}$ 是递增数列

C. $\left\{S_n+\frac{1}{18}\right\}$ 为等比数列

D. $\{\log_3 a_n\}$ 是等差数列

11. 任取一个正整数,若是奇数,则将该数乘 3 再加上 1;若是偶数,则将该数除以 2.反复进行上述两种运算,经过有限次步骤后,最终回到 1,这就是数学史上著名的"冰雹猜想"(又称"角谷猜想").如取正整数 $m=6$,根据上述运算法则得出 $6\to3\to10\to5\to16\to8\to4\to2\to1$,共需经过 8 个步骤变成 1.现给出冰雹猜想的递推关系:数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=\begin{cases}\frac{a_n}{2},a_n\text{ 为偶数},\\3a_n+1,a_n\text{ 为奇数}.\end{cases}$ 若 $a_2=m$(m 为正整数),$a_6=1$,则 m 所有可能的取值为 (　)

A. 2　B. 5　C. 16　D. 32

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. [2024·内蒙古赤峰松山区高二期末] 在数列 $0,\frac{1}{4},\frac{1}{3},\cdots,\frac{n-1}{2n},\cdots$ 中,$\frac{4}{9}$ 是它的第________项.

13. 用数学归纳法证明某不等式时,其左边 $=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n}$,则从 $n=k$ 到 $n=k+1$ 时,左边应加上________.

14. [2023·唐山一中高二期末] 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\frac{n^2}{2^n}$,数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积为 T_n,则 T_n 取最大值时 n 的值为________.

四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)在等差数列 $\{a_n\}$ 中,$a_1=8$,$a_4=2$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)设 $T_n=|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_n|$,求 T_{40}.

16. (15分)[2024·四川眉山高二期末] 设 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,已知 $S_3=a_6$,$a_7-2a_3=2$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)设 $b_n=\frac{2}{S_n}$,求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n.

17. (15分)[2023·重庆实验外国语学校高二期末] 已知等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,$a_1=2$,且满足 $4a_1$,$2a_2$,a_3 成等差数列.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)求数列$\{(n+2)a_n\}$的前 n 项和 T_n.

18. (17分)已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,且 a_1,a_n,S_n 为等差数列,数列$\{b_n\}$满足 $b_1=6$,$b_n=S_n+\frac{1}{a_n}+4$.

(1)求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n;

(2)若对于任意 $n\in\mathbf{N}^*$,都有$\frac{3n-20}{a_n}<\frac{7m-4}{64}$成立,求实数 m 的取值范围.

19. (17分)在数列$\{a_n\}$中,$a_1=\frac{1}{2}$,且满足 $na_{n+1}=(n+1)a_n$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)设 $b_n=2^n\left(\frac{1}{a_{n+1}}-\lambda\right)$,若数列$\{b_n\}$是递减数列,求实数 λ 的取值范围.